

Proposta de nivelamento para a superação da deficiência em Mecânica

EDIMAR SILVA PEREIRA ELIANE SILVA LEITE



PROPOSTA DE NIVELAMENTO PARA A SUPERAÇÃO DAS DEFICIÊNCIAIS EM MECÂNICA

Produto Educacional elaborado e desenvolvido por Edimar Silva Pereira para o Mestrado Profissional em Ensino de Física (MNPEF), Universidade Federal de Rondônia, (UNIR), polo de Ji-Paraná, Rondônia, sob a orientação da Professora Doutora Eliane Silva Leite.

APRESENTAÇÃO

Prezado aluno esta proposta foi organizada no sentido de ajuda-lo a enfrentar as dificuldades que você possa estar passando na disciplina de Física no seu ensino médio ou até mesmo no primeiro ano da faculdade. Mesmo que ela contemple apenas uma pequena parte de Matemática e alguns tópicos de Mecânica ela será de grande ajuda, pois lhe mostrará uma nova forma de abordagem do conteúdo a ser estudado e de como organizar toda a teoria que você está estudando.

Acredite que nada é impossível, com persistência e dedicação seus sonhos podem estar bem mais próximos de se tornarem realidade do que você imagina. Vá à luta, não assuma uma postura passiva esperando que as coisas lhe caem do céu.

Um bom êxito em seus estudos passa por uma boa organização: quanto mais organizado e disciplinado você for mais sucesso você terá. A ação de se organizar é pessoal e cada um tem a sua própria. Crie a sua, estabeleça as suas regras e seus horários.

Boa sorte e bons estudos!

DICAS AO PROFESSOR

Caro professor, todos sabem de sua importância no desenvolvimento de uma nação. Uma quantidade significativa de vidas carregadas de sonhos passa por suas mãos. Sua influência persistirá por gerações.

A luta por uma maior valorização profissional deve ser uma constante em nossas vidas, mas ela não pode ser usada com um fator de descuido com sua atuação docente, pois ser professor deve ser antes de tudo uma escolha e nunca uma imposição.

Sua prática deve ser guiada por uma consciência de que não se deve sonegar nenhuma informação ao seu aluno. Ausubel enfatiza que o aspecto mais importante no processo ensino-aprendizagem reside no fato de considerar tudo aquilo que o aluno traz consigo e isso é tão importante que todo conteúdo deve começar por este princípio.

Este deve ser o seu ponto de partida, compreender o que o aluno já sabe e depois traçar toda a sua estratégia de ensino. A investigação dessa bagagem se torna mais eficaz quando se utiliza de um diálogo informal sem o rigor das definições, que só aos poucos seriam transmitidas. O ideal que o aluno não se dê conta dessa transição.

E por último, e não menos importante, jamais faça o seu aluno perder as esperanças professor.

Bom trabalho!

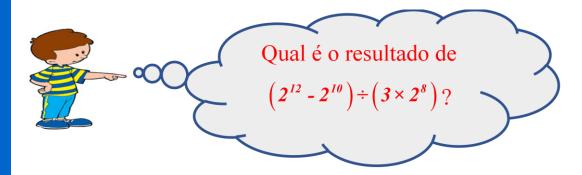
COMO RESOLVER PROBLEMAS?

Boa parte da Física consiste em uma quantidade enorme de exercícios em forma de situação problema. Nesse sentido é preciso uma estratégia para ter êxito em sua resolução. Abaixo um infográfico que deve ser lido no sentido horário com 6 passos que podem lhe ajudar nessa empreitada.



APRESENTAÇÃO	2
Dicas ao professor	3
como resolver problemas?	4
POTÊNCIA de expoente natural	6
RACIONALIZAÇÃO	8
pRODUTOS NOTÁVEIS	10
conceito de função e função afim	11
função quadrática	16
GRANDEZAS FÍSICAS, PARTÍCULA, CORPO EXTENSO, REFERENO VELOCIDADE	
EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO	28
movimento retilíneo uniforme – mru	30
exercícios de fixação	33
Movimento retílineo uniformemente variado	36
exercícios de fixação	42
queda livre	44
exercícios de fixação	48
	50
força e leis de newton	50
Evercícios de fivação	57

POTÊNCIA DE EXPOENTE NATURAL



Essa conta num primeiro momento pode ser resolvida facilmente com o uso de uma calculadora científica, no entanto na falta dela, utilizando as propriedades das potências também é possível chegar na resposta correta num tempo relativamente curto.

Seja *a* um número diferente de zero. Para todo n natural (não-nulo), define-se:

$$a^n = a \cdot a \cdot a \dots \cdot a$$
, com n fatores. (1.1)

Para exemplificar a definição acima tem-se:

Para exemplificar a definição acima tem-se:

a)
$$2^2 = 2 \cdot 2 = 4$$

b)
$$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

c)
$$\left(-\frac{1}{3}\right)^3 = \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{27}$$

d)
$$(-3)^3 = -27$$

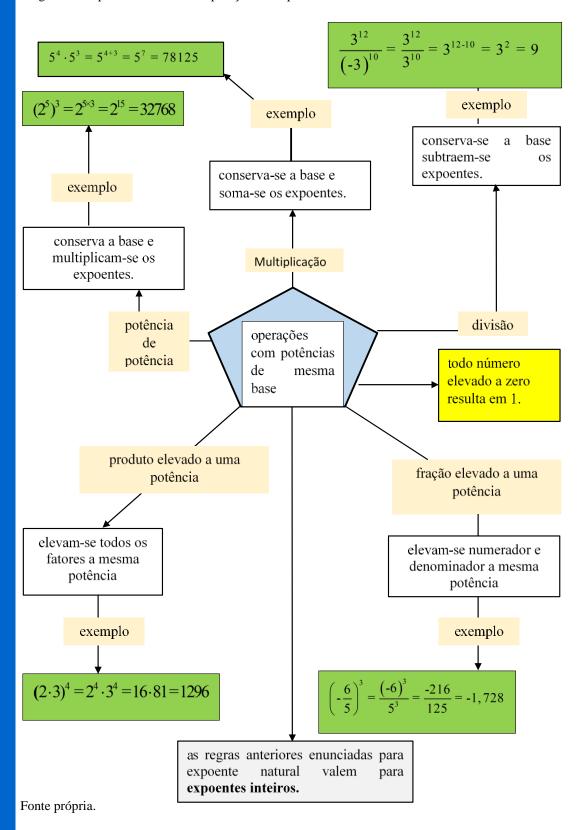
e)
$$(-3)^4 = 81$$
 Expoente par resulta em um número positivo. Expoente impar resulta em número com o mesmo sinal da base.

Se o expoente é zero, por definição fica: $a^0 = 1$

Não se define 0°.

Para operar com potências, é necessário conhecer as suas propriedades, na sequência a figura 1 um mapa conceitual sobre ela.

Figura 1- Mapa conceitual sobre operações com potências.



RACIONALIZAÇÃO



O processo de reescrever frações contendo radicais de modo que o denominador fique sem esses radicais é chamado de racionalização. Sua operacionalização passa pela escolha correta de um fator chamado racionalizante. Uma outra expressão que contém radicais quando multiplicada pelo seu respectivo fator racionalizante dá um resultado sem radicais. Por exemplo, o fator racionalizante de $\sqrt{3}$ é também $\sqrt{3}$, pois $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{9} = 3$. Da mesma maneira o fator racionalizante de, $\sqrt[3]{2}$ é $\sqrt[3]{4}$ observe que $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{8} = 2$.

Encontrado o fator racionalizante basta apenas multiplicar numerador e denominador da fração que se deseja retirar o radical do denominador por esse fator. O exemplo a seguir mostra como é desenvolvido tal procedimento.

Exemplo1- Racionalize

a)
$$\frac{10}{\sqrt{5}}$$

O fator racionalizante é $\sqrt{5}$ logo tem-se:

$$\frac{10}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{10 \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{10\sqrt{5}}{\left(\sqrt{5}\right)^2} = \frac{10\sqrt{5}}{5} = 2\sqrt{5}$$

b)
$$\frac{6}{\sqrt[5]{16}}$$

O fator racionalizante é $\frac{6}{\sqrt[5]{2^4}}$

$$\frac{6}{\sqrt[5]{16}} = \frac{6}{\sqrt[5]{2^4}} = \frac{6}{\sqrt[5]{2^4}} \cdot \frac{\sqrt[5]{2}}{\sqrt[5]{2}} = \frac{6\sqrt[5]{2}}{\sqrt[5]{2^5}} = \frac{6\sqrt[5]{2}}{2} = 3\sqrt[5]{2}$$

Observe que antes de iniciar o processo de racionalização o número 16 foi escrito em sua forma fatorada: 2⁴

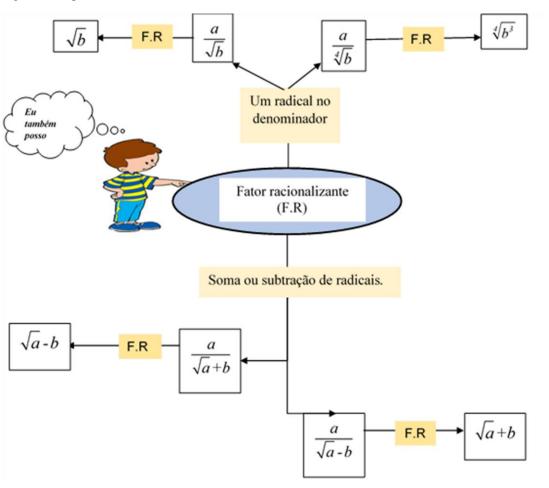
c)
$$\frac{4}{\sqrt{3}-1}$$

O fator racionalizante é $\sqrt{3}+1$

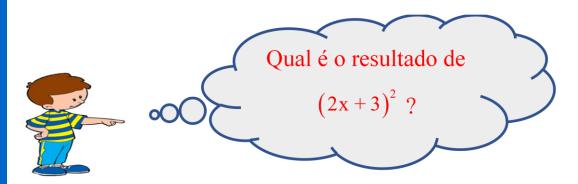
$$\frac{4}{\sqrt{3}-1} \cdot \frac{\left(\sqrt{3}+1\right)}{\sqrt{3}+1} = \frac{4 \cdot \left(\sqrt{3}+1\right)}{\left(\sqrt{3}\right)^2 - 1^2} = \frac{4 \cdot \left(\sqrt{3}+1\right)}{3-1} = \frac{4 \cdot \left(\sqrt{3}+1\right)}{2} = 2 \cdot \left(\sqrt{3}+1\right) = 2\sqrt{3}+2$$

Na figura 2 um mapa conceitual elaborado para determinar o fator racionalizante.

Figura 2- Mapa conceitual sobre fator racionalizante

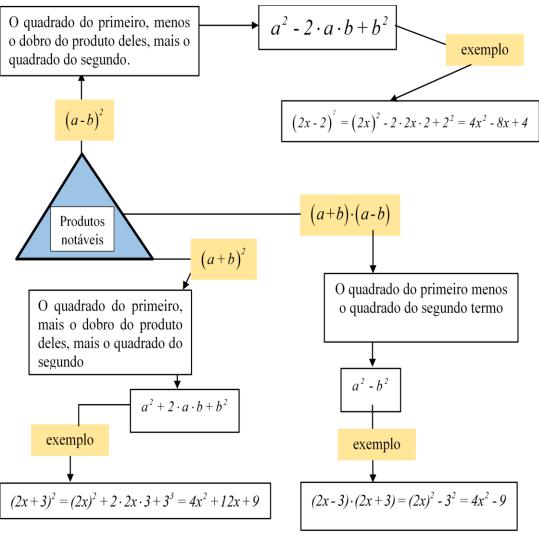


PRODUTOS NOTÁVEIS



No produto de expressões algébricas alguns são especiais. Seja por sua frequência ou pelos estudos realizados sobre eles. A figura 3 destaca três dos mais usuais em forma de mapa conceitual:

Figura 3- mapa conceitual sobre produtos notáveis.



CONCEITO DE FUNÇÃO E FUNÇÃO AFIM

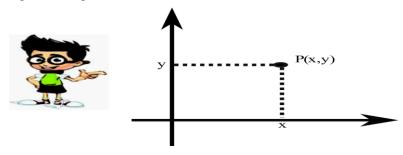
Função

De maneira geral define-se função como uma lei matemática que associa a cada elemento de um conjunto A um único elemento de outro conjunto B. Representando a função pela letra f, a expressão "função f de A em B" será representada por $f:A\to B$. O conjunto A é o domínio da função e o conjunto B é o contradomínio da função. Uma raiz da equação f(x)=0 chama-se zero da função f.

Note que na função do espaço (s) no Movimento Uniforme (MU), s = 6 - 2t, com tempo dado em segundos e espaço dado em metros, t = 3 é o zero da função, ou o instante em que o corpo passa pela origem das posições.

Dada uma função f, pode-se calcular, para cada x de seu domínio, o valor y = f(x) e, dessa forma, também assinalar um ponto p(x,y) no plano cartesiano de acordo com a figura 4.

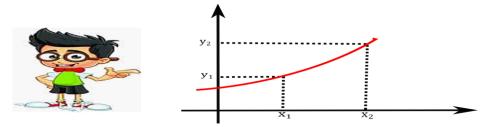
Figura 4- O ponto P no plano cartesiano.



Fonte própria.

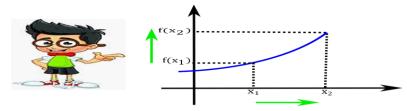
A reunião de todos os pontos p(x, y) em que y = f(x) é uma linha chamada de gráfico da função f. A figura 5, representa essa linha.

Figura 5- O gráfico da função f.



Uma função é crescente em todo o seu domínio quando aumentado o valor de x o valor de y também aumenta. Dito de outra forma para quaisquer valores x_1 e y_1 de seu domínio, se $x_2 > x_1$ tem-se $y_2 < y_1$. No gráfico 6 a representação de uma função crescente.

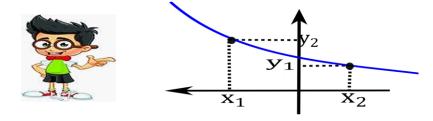
Figura 6 - Gráfico de uma função crescente.



Fonte Própria.

Uma função é decrescente em todo o seu domínio se, quando aumentado o valor de x, o valor de y diminui. Para quaisquer valores x_1 e x_2 de seu domínio, se $x_2 > x_1$ $y_2 < y_1$ tem-se. Na figura 7 tem-se a representação gráfica de uma função decrescente.

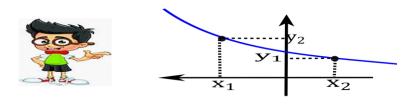
Figura 7 - Gráfico de uma função decrescente.



Fonte própria.

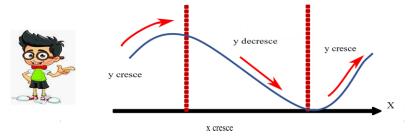
Uma função é decrescente em todo o seu domínio se, quando aumentado o valor de x, o valor de y diminui. Para quaisquer valores x_1 e x_2 de seu domínio, se $x_2 > x_1$ $y_2 < y_1$ tem-se. Na figura 8 tem-se a representação gráfica de uma função decrescente.

Figura 8 - Gráfico de uma função decrescente.



Existem funções que não são estritamente crescentes ou estritamente decrescentes em todo o seu domínio, mas possuem intervalos nos quais ela é crescente e outros nos quais é decrescente. O gráfico na figura 9 exemplifica uma função com estes tais intervalos.

Figura 9 - gráfico de uma função crescente e decrescente ao mesmo tempo.



Fonte própria.

Função Afim ou Polinomial

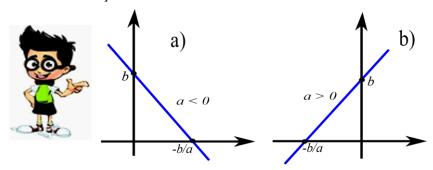
Função afim ou função polinomial do primeiro grau é toda a função descrita pelo modelo matemático,

$$f(x) = ax + b \text{ (ou ainda } y = ax + b \text{)}$$
 (1.8)

em que seus coeficientes a e b são números reais com $a \neq 0$, e a representa o coeficiente angular da reta que está associada a esta função.

O coeficiente b na equação 1.8 é o valor da função para x=0 seja, o ponto onde a função intercepta o eixo y. O coeficiente a mostra o quanto a função sobe ou desce à medida que x aumenta uma unidade. Esse coeficiente a é chamado de taxa de crescimento (ou decrescimento) da função ou taxa de variação da função. Quando a>0 a função afim é crescente, em situação contrária, a<0, ela é decrescente. Na figura 10 tem se a representação gráfica das funções crescente (7.a) e decrescente (7.b).

Figura 10 - Gráfico de funções afim.



Um caso clássico de aplicação de função afim na Física é o da função horária da velocidade do Movimento Uniforme Variado (MUV),

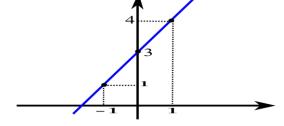
$$v = v_0 + a \cdot t \tag{1.9}$$

com v_{θ} e *a* números reais que representam, respectivamente, a velocidade inicial e aceleração do móvel. O domínio de uma função afim é conjunto dos números reais, mas em se tratando de uma função horária de algum tipo de movimento o tempo assumirá sempre valores positivos.

O gráfico de uma função afim é uma reta. Considerando a função f(x) = 2x + 3, a construção de seu gráfico passará pela obtenção de pares ordenados (x,y) que são obtidos a partir de valores atribuídos a x e de valores encontrados de y. Na tabela 1, têm—se alguns desses pares. Cada ponto (x,y) foi assinalado no plano cartesiano e esses pontos estão alinhados. A reta que contém esses pontos é o gráfico da função f(x) = 2x + 3, que está representada na figura 11.

Figura 11- Gráfico da função f(x) = 2x + 3.

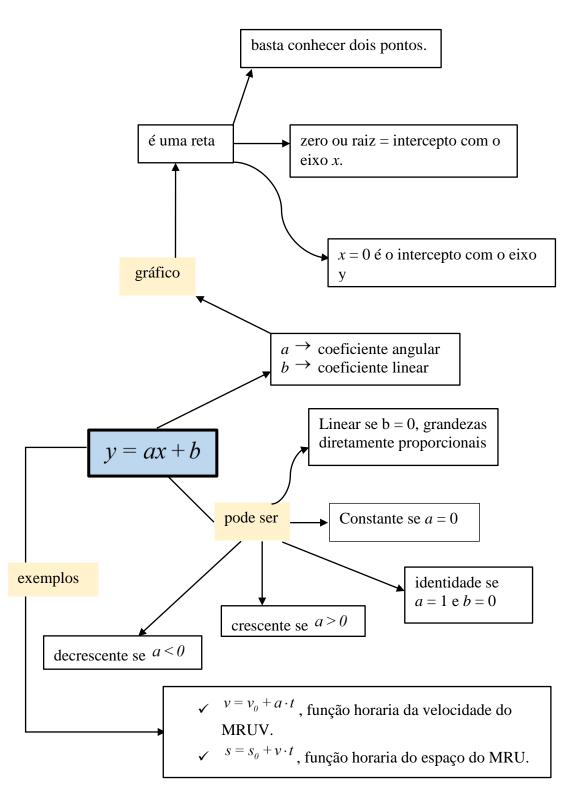
x	-1	0	1
у	1	3	5
(x,y)	(-1,1)	(0,3)	(1,5)



Fonte própria.

Na página seguinte através da figura 12 um mapa conceitual sobre função afim.

Figura 12- Mapa conceitual sobre função afim.



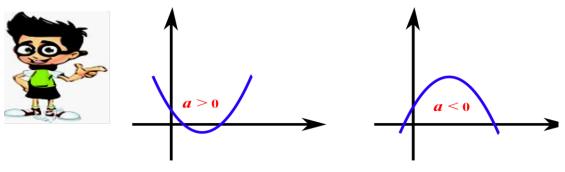
FUNÇÃO QUADRÁTICA

Uma função é chamada de função quadrática ou função polinomial do segundo grau se for da forma:

$$f(x) = ax^2 + bx + c (1.10)$$

sendo a, b e c números reais e $a \neq 0$ Seu gráfico é uma curva chamada parábola, que tem o formato da figura 13. Se o coeficiente a for positivo, a > 0, a concavidade da parábola é voltada para cima e, se o coeficiente a for negativo, a < 0, a concavidade da parábola estará voltada para baixo.

Figura 13 - Gráfico de funções quadráticas segundo o parâmetro a.



Fonte própria.

Os zeros de uma função quadrática, aqueles pontos cujo o gráfico tocam o eixo x, podem ser encontrados com o auxílio da fórmula resolutiva cuja a demonstração é a que segue:

Para $a \neq 0$, iguala se a equação 1.10 a zero:

$$ax^2 + bx + c = 0 (1.11)$$

Isolando c em 1.11 tem se:

$$ax^2 + bx = -c \tag{1.12}$$

Fazendo a multiplicação de ambos os membros de 1.12 por 4a tem -se o resultado:

$$4a^2x^2 + 4abx = -4ac (1.13)$$

Adicionando b^2 aos dois lados membros de 1.13 obtém – se:

$$4a^2x^2 + 4abx + b^2 = b^2 - 4ac (1.14)$$

Fatorando o trinômio quadrado perfeito que aparece do lado esquerdo em 1.14:

$$(2ax+b)^2 = b^2 - 4ac (1.15)$$

Chamando

$$A = b^2 - 4ac \tag{1.16}$$

A equação 1.15 com a devida substituição assume:

$$[(2ax+b)^2]^{(1/2)} = \sqrt{\Delta}$$
 (1.17)

Isolando x em 1.16

$$(2ax + b) = \sqrt{\Delta} \tag{1.18}$$

$$(2ax+b) = \pm \sqrt{\Delta} \tag{1.19}$$

$$2ax = -b \pm \sqrt{\Delta} \tag{1.20}$$

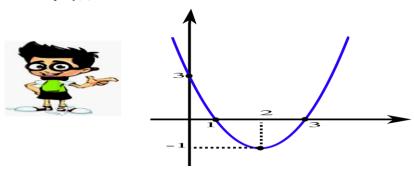
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \tag{1.21}$$

A equação 1.21 é a formula resolutiva de 1.11 e 1.16 é o descriminante da função quadrática. Quando $\Delta > 0$, a função terá duas raízes reais e distintas, quando $\Delta < 0$ a função não terá raízes reais e finalmente quando $\Delta = 0$ a função terá duas raízes reais e iguais.

No Brasil usa-se muito o termo fórmula de Bhaskara, devido ao matemático Hindu do século XII, para designar a equação 1.21. Historicamente sabe- se que a primazia dessa fórmula não se deve a Bhaskara, ainda que ele tenha contribuído para essa área com uma grande relevância. Já se sabe que muito antes de Bhaskara alguns povos, dentre eles, babilônios, egípcios e gregos, deixaram registros em que são identificados procedimentos para resolução de alguns problemas que envolvem equações de segundo grau. Contudo uma fórmula geral para resolução das equações surgiu por volta do século XVI com o francês Viète usando símbolos e letras em sua formulação chegando muito próximo a aquela que se usa nos dias atuais (CELESTINO E PACHECO, 2010).

A figura 14 mostra a representação gráfica da função $f(x) = x^2 - 4x + 3$, com suas respectivas raízes e o ponto onde ela toca o eixo y. A concavidade da parábola está voltada para cima uma vez que o coeficiente a é positivo a > 0.

Figura 14 - Gráfico da função $f(x) = x^2 - 4x + 3$.



Fonte Própria.

Note que o gráfico da figura 9 toca o eixo x em dois valores, x = 1 e x = 0, os zeros da função. Estes zeros da função são encontrados com auxílio da formula resolutiva da função quadrática, mostrada na equação 1.21. Da mesma forma ele toca o eixo y no ponto (0,3) e o seu ponto mais baixo, o vértice, é (2,-1).

Toda parábola tem um eixo de simetria, que é uma reta que separa a curva em duas partes iguais. O eixo de simetria sempre passa pelo vértice da parábola, no exemplo em questão, é a reta x=2. As coordenadas do vértice podem ser encontradas por meio das seguintes relações

$$v = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right) \tag{1.22}$$

O modelo matemático que descreve a posição de um móvel em relação ao tempo, quando este realiza um MUV é uma função quadrática,

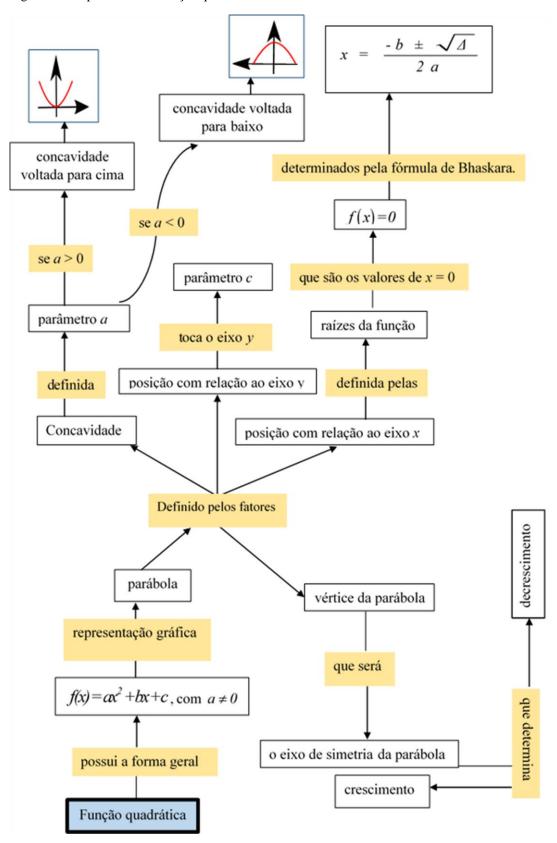
$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} \tag{1.23}$$

sendo válidas todas as considerações feitas até aqui para este tipo de função. A exceção fica por conta do domínio, pois a variável tempo assumirá sempre valores positivos.

Na outra pagina um mapa conceitual através da figura 15 organizando a teoria.

MATEMATICA BASICA (aula

Figura 15- Mapa conceitual função quadrática.



GRANDEZAS FÍSICAS, PARTÍCULA, CORPO EXTENSO, REFERENCIAL E VELOCIDADE

Grandezas físicas

Medir e comparar é tão natural quanto andar ou até mesmo respirar. O ato de medir é antes de tudo um exercício de comparação. Por exemplo, dizer que uma pessoa tem dois metros de altura é o mesmo que afirmar que sua altura é duas vezes maior quando comparado a unidade de comprimento, o metro.

O entendimento de certa grandeza física passa necessariamente por sua comparação em relação a uma unidade padrão de medida. Num cenário mundial os padrões são inúmeros, por exemplo, a grandeza comprimento pode ser expressa em metros, pés, polegadas, dentre outras. Ainda nesse contexto globalizado torna-se necessário estabelecer unidades fundamentais que possam uniformizar estudos e até mesmo operações comerciais.

Com o intuito de uniformizar as principais unidades de medida um acordo foi celebrado por ocasião da 14ª Conferência Geral de Pesos e Medidas – CGPM. Nesse acordo foram escolhidas as unidades fundamentais de um sistema que ficou conhecido como Sistema Internacional de Unidades (SI). A tabela 1 elenca as sete unidades que são as bases do SI.

Tabela 1- Unidades do SI.

Grandeza de base	Unidade de base	
Nome	Nome	Símbolo
Comprimento	Metro	m
Massa	Quilograma	kg
Tempo	Segundos	S
Corrente elétrica	Ampere	A
Temperatura termodinâmica	Kelvin	K
Quantidade de substância	Mol	mol
Intensidade luminosa	Candela	cd

Fonte própria.

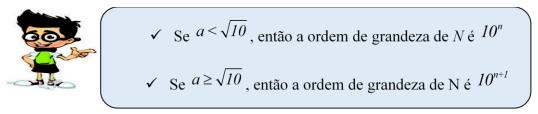
Operacionalizar com grandezas físicas requer muitas vezes o domínio de uma nova linguagem para os números. Essa nova linguagem é chamada de notação cientifica, que na prática é escrever o número como o produto de dois fatores onde um deles é um número compreendido entre um e nove e o outro uma potência de dez.



Para escrever um número qualquer, na potência de base 10 ou na notação cientifica, desloque a vírgula do número até que esta fique numa única casa decimal diferente de zero. Conte o número de casas em que a vírgula se deslocou e este será o número (positivo ou negativo) do expoente da base 10, que fica multiplicando o número indicado. Num resumo pode-se dizer: se a vírgula vier da direita, o expoente será positivo; se vier da esquerda, o expoente fica negativo.

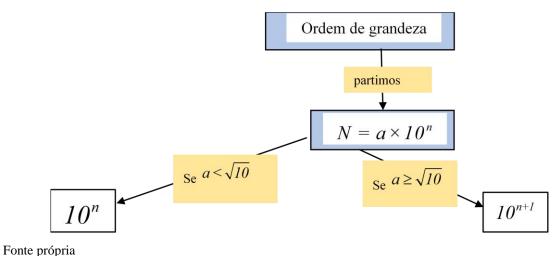
Muitas vezes é útil calcular uma resposta aproximada para um dado problema físico. Esse processo de aproximar uma determinada resposta, é feito através do cálculo da ordem de grandeza dessa possível resposta. Por definição, ordem de grandeza de um número é a potência de dez mais próxima desse número. Assim, para obter a ordem de grandeza de um número N qualquer, em primeiro lugar, deve-se escrevê-lo em notação científica, ou seja, no formato:

 $N = a \times 10^n$, em que $1 \le a < 10$ e n é um número inteiro.



Abaixo uma possível organização da teoria.

Figura 16 - Mapa conceitual sobre ordem de grandeza.



Exemplo1 – Estime a ordem de grandeza do volume ocupado por uma gota de água sabendo que 20 gotas ocupam um volume de 1cm³.

Resolução:

Exemplo1 – Estime a ordem de grandeza do volume ocupado por uma gota de água sabendo que 20 gotas ocupam um volume de 1cm³.

Resolução:

$$\begin{array}{ccc}
 1 \, cm^3 \to 20 \\
 v & \to 1
 \end{array}
 \qquad v = \frac{1 cm^3}{20} = 0,05 cm^3 = 5 \times 10^{-2} cm^3$$

Resposta: 10⁻².

Na mecânica, as unidades do SI mais usadas são: metro, quilograma e segundo.

O metro cujo símbolo é m, inicialmente foi definido considerando-se a quarta parte de um meridiano terrestre dividida em 10 milhões de partes iguais, cada uma dessas pequenas partes foi chamada de um metro. Mais tarde, em 1983, o metro foi redefinido como a distância atravessada pela luz no vácuo durante o tempo de 1/299.792.458 de segundo (JEWETT JUNIOR; SERWAY, 2012).

O quilograma, símbolo kg, foi definido como sendo a massa de um cilindro de liga platina-irídio (ligas de alta resistência que podem suportar elevadas temperaturas), mantida no Bureau Internacional de Pesos e Medidas em Sèvres, (França), com 3,9 cm de altura e 3,9 cm de diâmetros. Cópias precisas desta massa foram enviadas a laboratórios de padronização em outros países.

Figura 17- Cópia do quilograma padrão.

Protótipo internacional de 1 quilograma feito de 90% de platina e 10% de irídio.

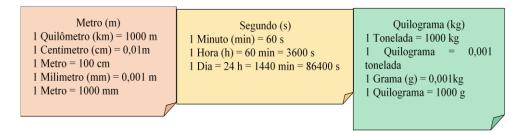
(BBC 2018).

Já o segundo, símbolo *s*, é definido como 9.191.631. 770 vezes o período de oscilação da radiação do átomo de césio (transição entre dois níveis hiperfinos do estado fundamental do átomo de césio-133) (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2013).

As grandezas físicas podem ser: escalares e vetoriais. Se diferenciam entre si porque a escalar necessita de um módulo seguido de uma unidade de medida para ficar bem definida, enquanto a vetorial além do módulo necessita de uma direção e um sentido, também seguidos de uma unidade de medida. A massa de um corpo, por exemplo, é uma grandeza física escalar. Quando se diz que um corpo tem uma massa de 20 kg (observe que se usou apenas um módulo e uma unidade de medida), isso já é suficiente para o entendimento desta informação. Já a velocidade é uma grandeza física vetorial: um carro com velocidade de 72 km/h, suplementarmente, necessita de uma direção e um sentido para a descrição do evento.

As unidades de medidas do SI também possuem múltiplos e submúltiplos. As unidades de comprimento, tempo e massa de acordo com a figura 18 possuem:

Figura 18- Múltiplos e submúltiplos do metro, segundo e quilograma.



Fonte própria.

Do conhecimento dessas relações é perfeitamente possível converter uma unidade de medida em qualquer um dos seus múltiplos e submúltiplos. Para realizar uma conversão, uma grandeza pode ser multiplicada por um fator de conversão, que é uma fração igual a 1, com numerador e denominador tendo unidades diferentes de tal forma a fornecer as unidades desejadas no resultado final. Qualquer número ou expressão multiplicado por 1 não se altera. Diante disso é possível usar o seguinte artificio:

Um metro dividido por 100 cm é igual a 1 $\left(\frac{1\,\mathrm{m}}{100\,\mathrm{cm}}=1\right)$, ou de maneira inversa, 100 cm dividido por 1m também é igual a 1 $\left(\frac{100\,\mathrm{cm}}{1\,\mathrm{m}}=1\right)$. Então basta usarmos esse procedimento para fazer transformações entre unidade de metros e centímetros, sempre usando uma operação de multiplicação.

Vale para qualquer outra unidade, com o devido ajuste nos valores da fração.

Exemplo 1. Transforme 35 cm em metros.

Resolução:
$$35 \text{ cm} = 35 \text{ cm} \cdot 1 = 35 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} = \frac{35 \text{ m}}{100} = 0,35 \text{ m}$$
.

Exemplo 2. Transforme 1h 28 min em segundos.

Aqui como são dois múltiplos do segundo a ideia é transformar numa soma e fazer a transformação uma a uma.

Resolução:

$$1 \text{ h} + 28 \text{ min} = 1 \text{ h} \times 1 + 28 \text{ min} \times 1 = 1 \text{ h} \times \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} + 28 \text{ min} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 3600 \text{ s} + 28 \times 60 \text{ s} = 52800 \text{ s}$$



Exemplo 3. Transforme $72 \, km/h \, \text{em} \, m/s$.

Resolução:

$$72\frac{km}{h} \cdot 1 \cdot 1 = 72\frac{km}{h} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ s}} = 72 \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1} \cdot \frac{1}{3600 \text{ s}} = \frac{7200 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 20 \text{ m/s}$$

Partícula, corpo extenso e referencial

No estudo de um fenômeno qualquer quando se pode desconsiderar as dimensões de um determinado corpo, este, passa a ser chamado de partícula ou ponto material. Uma Certa nave espacial em uma hipotética viagem interplanetária pode ser considerada apenas um ponto, visto que suas dimensões em comparação à distância a ser percorrida são muito díspares. Em um cenário inverso, isto é, quando as dimensões do corpo devem ser consideradas, está-se diante de um corpo extenso. À vista disso, imagina essa mesma nave, com 20 m de comprimento, por exemplo, entrando em um hangar de 100 m de extensão. Veja que nesta nova proposição a dimensão da nave não pode ser desprezada, em razão de se aproximar da dimensão do hangar.

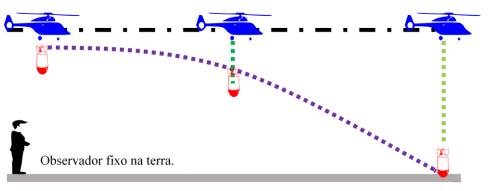
Qualquer indagação a respeito do estado de repouso ou de movimento de um corpo deve antes passar pela escolha de um referencial adequado. Havendo variação na distância entre corpo e referenciais têm um movimento, em situação contrária, o corpo experimenta o repouso.

Na Física alguns conceitos são relativos. Um mesmo corpo pode estar em movimento em relação a um determinado referencial e estar em repouso em relação a outro referencial. Considere, por exemplo, um carro que se movimenta a uma determinada velocidade levando em seu interior duas pessoas: motorista e passageiro. Em relação ao motorista, o passageiro apesar do movimento do carro, estará em repouso, perceba que a distância entre motorista e o passageiro permanece constante.

Todavia, quando o referencial é um poste no acostamento, a distância entre o passageiro e o poste sofrerão mudanças no percurso do evento e neste caso tem-se um movimento.

A trajetória de um móvel da mesma forma pode assumir um formato retilíneo ou parabólico conforme o referencial adotado. Na figura 19 se tem uma representação de uma trajetória efetuada por um móvel sob dois referenciais distintos, onde um objeto é abandonado de um avião. Para o piloto do avião o objeto lançado assume uma trajetória retilínea, já para um observador fixo na terra a trajetória do corpo assume um formato parabólico (TORRES et al., 2013).

Figura 19- A relatividade da trajetória.



Fonte própria.

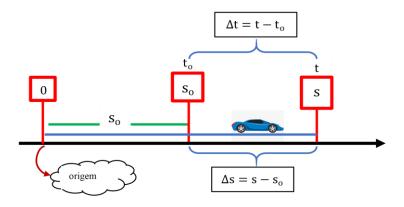
Observe que um referencial a princípio pode ser qualquer corpo ou objeto. Nesse sentido tem especial destaque os ditos referenciais inerciais que assim se definem: é um sistema de referência em que corpos livres (sem forças aplicadas) não têm o seu estado de movimento alterado ou de maneira mais clara é aquele referencial para os quais as leis de Newton são válidas (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2013).

Esses sistemas estão parados ou em movimento retilíneo uniforme uns em relação aos outros. Contextualizando, o solo é um referencial inercial, quando desprezados os movimentos astronômicos da terra, portanto os movimentos usuais que os corpos realizam na superfície terrestre obedecem às leis de Newton. De igual forma quando dois carros se movem um em relação ao outro em uma trajetória retilínea com velocidade constante um deles pode ser considerado um referencial inercial do outro e vice-versa.

Velocidade

A qualquer movimento se usa a grandeza chamada velocidade escalar para medir a variação do espaço do móvel no decorrer do tempo. Considere agora um ponto material P (considere as dimensões desse ponto p desprezíveis em relação ao fenômeno estudado) descrevendo uma trajetória em relação a um determinado referencial como mostra a figura 20.

Figura 20- Velocidade de um móvel.



Fonte própria.

No instante t_0 seu espaço é s_0 e no instante seguinte t seu espaço é s. No intervalo de tempo,

$$\Delta t = t - t_0 \tag{2.1}$$

a variação do espaço do ponto material, ou deslocamento, é,

$$\Delta s = s - s_0 \tag{2.2}$$

A rapidez com que o carro da figura está se movendo pode ser expressa pela velocidade média V_m , que é a razão entre o deslocamento Δs e o intervalo de tempo Δt . Essa relação é expressa pela equação 2.3.

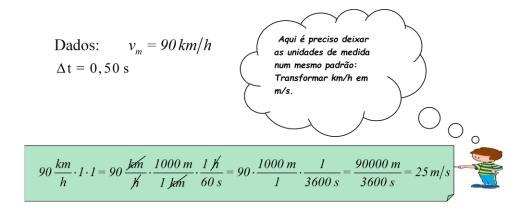
$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} \tag{2.3}$$

O sinal da velocidade média será determinado pelo sinal de Δs , uma vez que a diferença entre os instantes posteriores e anteriores (Δt) serão sempre positivos. Veja que se considera apenas as partes finais e iniciais do tempo e do espaço, uma vez que nos interessa apenas a posição final e a posição inicial ocupados pelo móvel pôr exigência da própria definição de deslocamento.

Também é possível determinar a velocidade escalar instantânea de um móvel bastando para isso tomar Δt bem pequeno ou, dito de outra forma, quando a diferença entre os instantes finais e iniciais tender a zero ($\Delta t \rightarrow 0$). Neste caso, o quociente da equação 2.3 assume um determinado valor limite. De onde se define: A velocidade escalar instantânea v é o valor limite a que tende a velocidade média, equação 2.4, quando Δt tende a zero. Representa-se por,

$$v_{m} = \lim_{t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} \tag{2.4}$$

Exemplo 1 – Durante um espirro, os olhos podem ser fechar por até 0,50 s. Se você está dirigindo um carro a 90 km/h e espirra, de quanto o carro pode se deslocar até você abrir novamente os olhos?



Resolução:
$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} \rightarrow 25 \frac{m}{s} = \frac{\Delta s}{0.50 \text{ s}} \rightarrow \Delta s = 25 \cdot 0.50 \rightarrow \Delta s = 50 \text{ m}$$
.



Veja o quão perigoso pode ser um espirro. O carro percorreu 50 m metros com o condutor de olhos fechados.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO



POLO DE JI-PARANÁ

CURSO DE NIVELAMENTO EM MECÂNICA E MATEMÁTICA BÁSICA

1 a lista de exercícios.

(Transformação de unidades, notação científica, ordem de grandeza e velocidade média)

- 1- Um espetáculo musical tem início exatamente às 21 h 15 min 25 s e termina ás 23 h 38 min 15 s. Determine a duração desse espetáculo.
- 2- O sino de uma igreja bate uma vez a cada meia hora, todos os dias. Qual a ordem de grandeza do número de vezes que o sino bate em um ano?
- 3- Qual a ordem de grandeza do número de batimentos cardíacos de um aluno do Ensino Médio. Desde o seu nascimento?
- 4- O intervalo de tempo de um ano corresponde a quantos segundos? Dê sua resposta em notação científica e com dois algarismos significativos.
- 5- O diâmetro de um fio de cabelo é $10^{-4}m$. Sabendo-se que o diâmetro de um átomo é $10^{-10}m$ quantos átomos colocados lado a lado seriam necessários para fazer uma linha que divida o fio de cabelo ao meio exatamente no seu diâmetro?
 - a) 10^4
- b) 10^5
- c) 10^6
- d) 10^7
- e) 10^8
- 6- Um ônibus passa pelo km 30 de uma rodovia às 6 h, e às 9 h 30 min passa pelo km 240. Qual é a velocidade escalar média desenvolvida pelo ônibus nesse intervalo de tempo?
- 7- Um ônibus percorre a distância de 480 km, entre Santos e Curitiba, com velocidade escalar média de 60 *km/h*. De Curitiba a Florianópolis, distante 300 km, o ônibus desenvolve a velocidade escalar média de 75 *km/h*. Qual é a velocidade escalar média do ônibus no percurso de Santos a Florianópolis?
- 8- a carreta de 20 *m* de comprimento demora 10 *s* para atravessar uma ponte de 180 *m* de extensão. Determine a velocidade escalar média da carreta no percurso?
- 9- A velocidade de crescimento dos fios de cabelo de uma pessoa é de aproximadamente 1,5 *cm/mês*. Suponha que Júlio, que tem 1,8 *m* de altura, deseja ter os cabelos bem compridos, de forma que eles cheguem a encostar no chão quando ele estiver em pé. Calcule quantos anos, no mínimo, Júlio tem que ficar sem cortar os, até ele conseguir o seu objetivo.

10-Numa corrida de carros, suponha que o vencedor gastou 1 *h* 30 *min* para completar o circuito, desenvolvendo uma velocidade média de 240 *km/h*, enquanto um outro carro, o segundo colocado, desenvolveu a velocidade média de 236 *km/h*. Se a pista tem 30 *km*, quantas voltas o carro vencedor chegou à frente do segundo colocado?

MOVIMENTO RETILÍNEO UNIFORME - MRU

Ao movimento que ocorre em linha reta e sempre a uma mesma velocidade escalar dá-se o nome de movimento retilíneo uniforme (MRU). Sua velocidade escalar instantânea é constante e diferente de zero.

Figura 21- Movimento uniforme.



Fonte: (Paula, 2016).

Com a manipulação algébrica da fórmula da velocidade média (equação 2.3) é possível descobrir um modelo matemático que descreve o espaço percorrido pelo móvel em função do tempo gasto nesse processo, s=f(t). Como encontra-lo? Da equação 2.3 tem-se que,

$$v = \frac{s - s_0}{t - t_0} \tag{2.4}$$

Agora isolando o espaço:

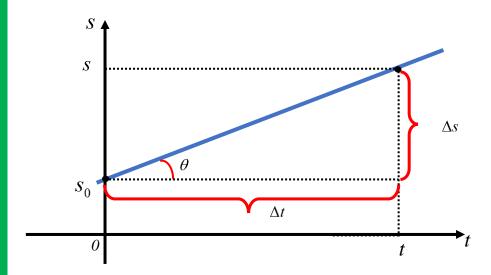
$$s - s_0 = v \cdot (t - t_0) \tag{2.5}$$

E finalmente supondo que o tempo inicial é igual a zero, chega-se a função horária da posição de um móvel que realiza um MRU,

$$S = S_0 + v \cdot t \tag{2.6}$$

Esta função horária é linear, e sua representação gráfica $(s \times t)$ é uma reta que tem v como coeficiente angular ou inclinação da reta e s_0 como coeficiente linear, ilustrado pela figura 22.

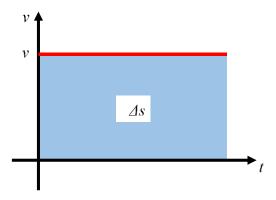
Figura 22- Gráfico do s x t no MRU.



Fonte própria.

A velocidade no MRU como dito anteriormente é constante e sua representação gráfica $(v \times t)$ é uma reta paralela ao eixo dos tempos, conforme se observa na figura 23.

Figura 23- Gráfico da v x t no MRU.



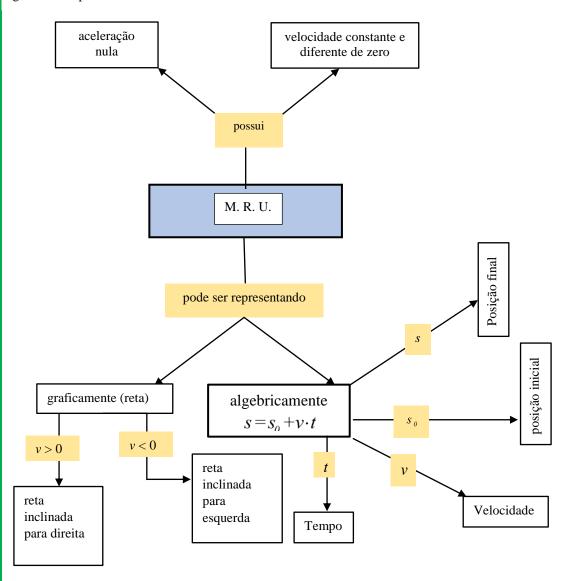
Fonte própria.

A área do retângulo é a variação do espaço (Δs) num intervalo de tempo (Δt)

 $\Delta s = A_{\text{retângulo}} = \text{base} \times \text{altura} = v \times \Delta t$

Na outra página na figura 24 um mapa conceitual sobre MRU.

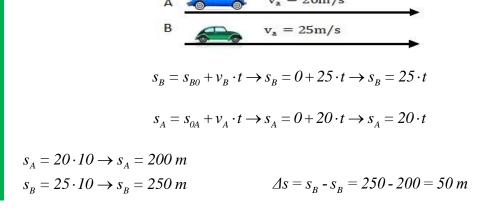
Figura 24- Mapa conceitual sobre MRU.



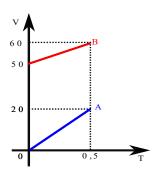
Fonte própria.

Exemplo 1 - Dois carros parados em um semáforo partem simultaneamente e sobem a avenida Brasil com velocidades constantes de 20 m/s e 25 m/s, respectivamente. Após 10 s, qual a distância que os separa?

Resolução: Neste caso é sempre bom fazer um esboço gráfico da situação.



Exemplo 2 - No gráfico abaixo estão representadas as abcissas de dois móveis, A e B, em função do tempo. Determine o instante em que esses moveis vão se encontrar.



Resolução:
$$s_{0A} = 0$$
, $v_A = \frac{20 \text{ m}}{0.5 \text{ s}} = 40 \text{ m/s}$, $s_{0B} = 50 \text{ m}$ e $v_B = \frac{60 \text{ m} - 50 \text{ m}}{0.5 \text{ s}} = 20 \text{ m/s}$

$$s_A = 40t$$
 e $s_B = 50 + 20t$

$$s_A = s_B \rightarrow 40t = 50 + 20t$$

$$40t - 20t = 50$$

$$20t = 50$$

$$t = \frac{50}{20} \rightarrow t = 2,5 \text{ s}$$

No encontro suas posições são iguais.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO



POLO DE JI-PARANÁ

CURSO DE NIVELAMENTO EM MECÂNICA E MATEMÁTICA BÁSICA

2 a lista de exercício.

(Tipos de movimento e movimento uniforme)

1- Um móvel descreve um movimento sempre no mesmo sentido num determinado referencial, percorrendo distancias iguais em intervalos de tempos iguais. Seus espaços variam com o tempo segundo os dados da tabela:

t(s)	1	3	5	7	9	11	13
s (m)	150	250	350	450	550	650	750

- a) Qual é a velocidade escalar média no intervalo de tempo entre 1 e 3 s?
- b) Qual é a velocidade escalar média no intervalo de tempo entre 5 e 13 s?
- c) O movimento em questão é uniforme? Por que?
- O movimento é progressivo ou retrógrado no intervalo de tempo observado? Por que?
- 2- É dada a função horaria s = 20 4t (para t em h e s em km), que descreve o movimento de um ponto material num determinado referencial. Os espaços s são medidos numa trajetória a partir de um marco zero, os instantes t são lidos num cronômetro. Determine:
 - a) O Espaço inicial e a velocidade escalar:
 - b) O tipo do movimento e se ele é progressivo ou retrógrado;
 - c) O espaço do móvel quando t = 2h;
 - d) O instante quando o móvel está na posição cujo o espaço é igual a 8 km;
 - e) O instante em que o móvel passa pela origem dos espaços (marco zero).
- 3- Duas cidades A e B estão separadas pela distância de 300 km, medidos ao longo da estrada que às ligas. No mesmo instante, um móvel P passa por A, dirigindo-se a B, e um móvel q passa por B, dirigindo-se a A. Seus movimentos são uniformes e suas velocidades (em valor absoluto) são iguais a 80 km/h (P) e 70 km/h (Q). Determine:
 - a) O instante do encontro.
 - b) A Posição do encontro.

- 4- A velocidade de projeção de um filme é constante e à razão de 24 fotografias projetadas em cada segundo na tela. Quantas fotografias são projetadas na tela durante a projeção de um filme que dura 2 horas?
- 5- Dois trens de comprimento 60 *m* e 80 *m* correm em trilhos paralelos e em sentidos opostos. O trem menor move-se com o dobro da velocidade do maior, para um referencial fixo na terra. Uma pessoa no trem menor observa que o trem maior gasta 2 *s* para passar por sua janela. Determine a velocidade, em *m/s*, do trem menor.
- 6- Um atirador aponta sua arma para um alvo, situado a 255 m de distância, dispara um projétil. O impacto do projétil no alvo é ouvido pelo atirador 1,6 s após o disparo. Sendo 340 m/s a velocidade de propagação o som no ar, determine a velocidade do projétil suposta constante.

MOVIMENTO RETÍLINEO UNIFORMEMENTE VARIADO

Movimento Retilíneo Uniformemente Variado

O movimento que tem uma trajetória retilínea onde sua velocidade varia de maneira uniforme, variação esta provocada por uma aceleração constante e diferente de zero, recebe o nome de MRUV. De acordo com a orientação da trajetória, a velocidade escalar pode ser positiva ou negativa, desta forma um MRUV pode ser classificado em acelerado ou retardado, sendo que no movimento acelerado: o módulo da velocidade escalar aumenta no decurso do tempo, enquanto no movimento retardado: o módulo da velocidade escalar diminui no decurso do tempo.

Se a velocidade de um corpo tem um aumento de v_0 para v num intervalo de tempo $\Delta t = t - t_0$ por definição sua aceleração escalar média (a_m) será,

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0} \tag{2.7}$$

Na equação 2.7 pode-se trocar a aceleração escalar média a_m pela aceleração escalar a, da mesma forma considerar que o instante inicial t_0 seja igual a zero, uma vez que se começa a contar a partir deste instante. Logo, a equação ficará da seguinte forma.

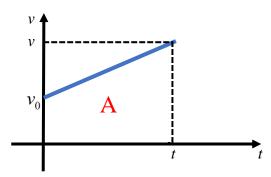
$$a = \frac{v - v_0}{t} \tag{2.8}$$

Isolando v chega-se a uma nova equação,

$$v = v_0 + a \cdot t \tag{2.9}$$

Esta nova equação descreve a velocidade como uma função do tempo, também chamada de função horaria da velocidade no MRUV. Verifica-se o aspecto linear da variação da velocidade: a aceleração é constante e isto faz com a velocidade tenha a mesma variação em intervalos de tempos iguais. Graficamente o resultado é uma reta inclinada em relação ao eixo das abcissas, com uma importante propriedade, a área do trapézio abaixo da reta formada pelos pares ordenados (t, v) representa o modulo do deslocamento (Δs) efetuado pelo móvel entre dois instantes $(t_1 e t_2)$ e que se queira calcular. A figura 25 ilustra essa propriedade.

Figura 25 - gráfico da v x t no MRUV.



Fonte própria.

Da geometria elementar extrai-se que a área de um trapézio é dada pela seguinte relação,

$$A = \frac{\left(B + b\right)}{2} \cdot h \tag{2.10}$$

Onde B é a base maior, b a base menor e h é altura do trapézio. No gráfico a base maior é v, a base menor é v_o e a altura é t. A relação para a área do trapézio em termos de velocidade e tempo fica assim,

$$\Delta s = A = \frac{\left(v + v_0\right)}{2} \cdot t \tag{2.11}$$

Substituindo Δs por $s - s_{\theta}$, e isolando s:

$$s = s_0 + \frac{\left(v + v_0\right)}{2} \cdot t \tag{2.12}$$

Considerando a equação 2.9 e substituindo v na equação anterior,

$$s = s_0 + \frac{\left(v_0 + a \cdot t\right) \cdot t}{2} + \frac{v_0 \cdot t}{2} \tag{2.13}$$

Rearranjando,

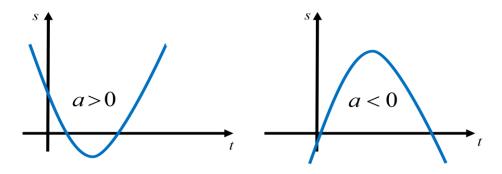
$$s = s_0 + \frac{v_0 \cdot t}{2} + \frac{a \cdot t^2}{2} + \frac{v_0 \cdot t}{2}$$
 (2.14)

Finalmente juntando os termos semelhantes chega-se à função horaria das posições do MRUV,

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$
 (2.15)

A função horaria das posições do MRUV descreve o espaço como uma função do tempo. É uma função quadrática e seu gráfico representativo é uma parábola, que a depender do sinal da aceleração pode ter sua concavidade voltada para cima (a > 0) ou voltada para baixo (a < 0), conforme representada na figura 26.

Figura 26- Gráfico do s x t no MRUV.



Fonte própria.

É possível também relacionar espaço percorrido e velocidade sem a necessidade de conhecer o tempo no MRUV. A equação que torna isso possível é chamada de equação de Torricelli e pode ser determinada com fundamento na equação 2.9 elevando ambos os membros da igualdade ao quadrado, tem-se,

$$(v)^{2} = (v_{0} + a \cdot t)^{2}$$
 (2.16)

Resolvendo a equação,

$$v^{2} = v_{0}^{2} + 2 \cdot v_{0} \cdot a \cdot t + (a \cdot t)^{2}$$
(2.17)

Colocando 2a em evidência,

$$v^{2} = v_{\theta}^{2} + 2 \cdot a \cdot \left(v_{\theta} \cdot t + \frac{a \cdot t^{2}}{2}\right)$$

$$(2.18)$$

Isolando S- S_0 na equação 2.15 e substituindo em 2.18,

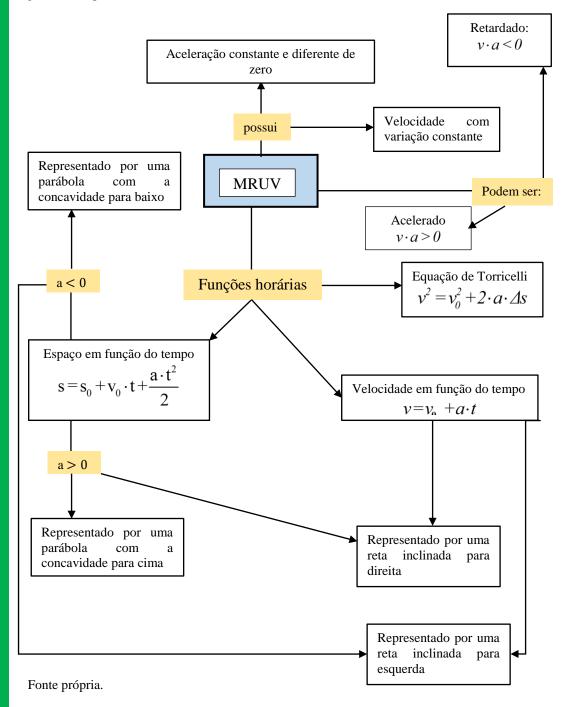
$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot (s - s_0) \tag{2.19}$$

E com o auxílio da equação 2.2 finalmente a expressão conhecida com equação de Torricelli,

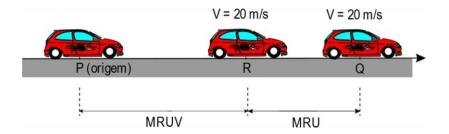
$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s \tag{2.20}$$

Organizando a teoria tem-se um mapa conceitual:

Figura 27- Mapa conceitual sobre o MRUV.



Exemplo 1 - Um veículo parte do repouso de um ponto com aceleração constante de 2 m/s² até atingir uma velocidade de 20 m/s. Esta velocidade é mantida constante durante 30 s até atingir um ponto Q. Supondo a trajetória retilínea, determine a distância percorrida pelo veículo entre P e Q.



Resolução:

No ponto P, tem-se: $V_0 = 0$ (repouso), $a = 2 m/s^2$ e $S_0 = 0$ (origem)

De P a R tem-se um MRU:

$$v = v_0 + at \rightarrow 20 = 0 + 2 \cdot t \rightarrow 2 \cdot t = 20 \rightarrow t = \frac{20}{2} \rightarrow t = 10 \text{ s}$$
.

A posição do veículo no instante 10 s:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \rightarrow s = 0 + 0 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^2 \rightarrow s = 100 \text{ m}$$

De R a Q tem-se um MRU:

$$s = s_0 + v \cdot t \rightarrow s = 0 + 20 \cdot 30 \rightarrow s = 600 \text{ m}$$

Distância total percorrida:

$$PR + RQ = 100 m + 600 m = 700 m$$

Exemplo 2 – A velocidade escalar de um móvel aumenta, de maneira uniforme, 2,4 m/s a cada 3 segundos. Em certo instante a velocidade escalar do móvel é de 12 m/s. A partir desse instante, nos próximos 5 segundos a distância percorrida pelo móvel será?

Resolução:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2.4 \text{ m/s}}{3 \text{ s}} = 0.8 \text{ m/s}^2$$

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} \rightarrow s - s_0 = v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} \rightarrow \Delta s = 12 \cdot 5 + \frac{1}{2} \cdot 0, 8 \cdot 5^2 = 70 \text{ m}$$

Resposta: 70 m.



POLO DE JI-PARANÁ

CURSO DE NIVELAMENTO EM MECÂNICA E MATEMÁTICA BÁSICA

3ª lista de exercício.

(Movimento Uniformemente Variado)

- 1- Um móvel passa pelo marco zero de uma trajetória, em movimento progressivo uniformemente acelerado no instante em que t=0 s. Nesse instante sua velocidade escalar é 25 m/s e a aceleração escalar é 12 m/s^2 . Determine sua posição para t=2 s e sua velocidade para t=5 s.
- 2- Ao ver passar uma bela garota dirigindo uma Ferrari vermelha que desenvolve velocidade constante de 72 km/h, um apaixonado rapaz resolve sair ao seu encalço pilotando sua possante moto. No entanto, ao conseguir partir com a moto, com aceleração constante igual a 4 m/s², o carro já está 22 m à frente.
 - a) Após quanto tempo o rapaz alcança o carro da moça?
 - b) Que distância a moto percorre até o instante em que os dois veículos se emparelham?
 - c) Qual é a velocidade da moto no instante em que alcança o carro?
- 3- Um trem de comprimento 100 *m* atravessa um túnel reto de comprimento 200 *m*, com movimento uniformemente variado. Quando o trem começa a entrar no túnel, sua velocidade escalar é de 10 *m/s* e, quando acaba de sair do túnel, sua velocidade escalar é de 20 *m/s* é o intervalo de tempo decorrido do início ao fim da travessia?
- 4- Em 5 s, a velocidade escalar de um móvel em MUV variou de 10 m/s para 25 m/s. Determine:
 - a) A velocidade escalar média do móvel nesse intervalo de tempo;
 - b) A distância percorrida pelo móvel.
- 5- O tempo de reação (intervalo de tempo entre o instante em que uma pessoa recebe a informação e o instante em que reage) de certo motorista é 0,7 s, e os freios podem reduzir a velocidade de seu veículo à razão máxima de 5 m/s em cada segundo. Supondo que ele esteja dirigindo à velocidade constante de 10 m/s, determine:
 - a) O tempo mínimo decorrido entre o instante em que avista algo inesperado, que o leva acionar os freios, até o instante em que veículo para;
 - b) A distância percorrida nesse tempo;

6-	Uma partícula executa um movimento retilíneo uniformemente variado. Num dado instante, a
	partícula tem velocidade 50 m/s e aceleração negativa de modulo 0,2 m/s². Quanto tempo decorre até
	a partícula alcançar a mesma velocidade em sentido contrário?

7-	A função horária do movimento de uma partícula é expressa por $s = t^2 - 10t + 4$ (s em metros e t em
	segundos). O espaço do móvel ao mudar de sentido é:

- a) 24 m b) -25 m c) 25 m d) 1m e) -1m
- 8- Dizer que um movimento se realiza com uma aceleração escalar constante de 5 m/s² significa que:
 - a) Em cada segundo o móvel se desloca 5 m.
 - b) Em cada segundo a velocidade do móvel aumenta de 5 *m/s*.
 - c) Em cada segundo a aceleração do móvel aumenta de 5 m/s.
 - d) Em cada 5 s a velocidade aumenta de 1 m/s.
 - e) A velocidade é constante e igual a 5 m/s.
- 9- Um trem de 120 *m* de comprimento se desloca com velocidade escalar de 20 *m/s*. Esse trem, ao iniciar a travessia de uma ponte, freia uniformemente, saindo completamente, saindo complemente da mesma 10 s após com velocidade escalar de 10 m/s. O comprimento da ponte é:
 - a) 150 m
- b) 120 m
- c) 90 m
- d) 60 m
- e) 30 m

10-Um avião a jato, partindo do repouso, é submetido a uma aceleração constante de 4 m/s². Qual é o intervalo de tempo Δt de aplicação dessa aceleração para que o jato atinja a velocidade de decolagem de 160 m/s². Qual é a distância d percorrida até a decolagem?

QUEDA LIVRE

A queda livre de corpos sujeita à gravidade da terra, próximo a sua superfície foi objeto de intensa especulação na Grécia antiga. Em suas concepções os gregos defendiam que o deslocamento do corpo seria proporcional ao tempo decorrido, para o caso de velocidade inicial nula. Através das experiências de Galileu essas concepções foram refutadas e demonstrou-se que o deslocamento é verdadeiramente proporcional ao quadrado do tempo decorrido. A equação 2.15 lastreia esse fato.

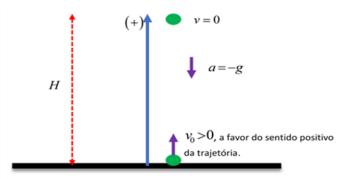
Figura 28- Corpos em queda livre.



Fonte: (NETO, 2018).

Desprezado a resistência que o ar oferece ao movimento, todos os corpos caem com a mesma aceleração g, denominada aceleração da gravidade, com valor igual a 9,81 m/s^2 . Se um corpo cai partindo do repouso no instante inicial t_0 do ponto de coordenada s = H, a variação da coordenada s pode ser obtida imediatamente fazendose a = -g na equação 2.15. A aceleração está orientada no sentido contrário ao do eixo positivo da coordenada s. O termo queda livre tanto pode ser usado no movimento de queda propriamente dito quanto no lançamento vertical para cima. No primeiro o módulo da velocidade aumenta no decorrer do tempo enquanto que no segundo ele diminui até se anular na altura máxima (H) conforme figura 29.

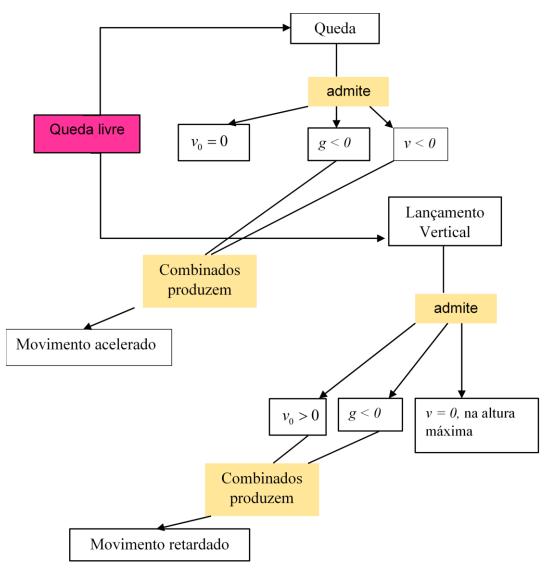
Figura 29- Queda livre.



Fonte própria.

Note que ao fixar um sentido para o movimento, o sinal da aceleração já fica pré-determinado. Para cima a velocidade escalar é positiva e na descida torna-se negativa. Em termos de classificação pode-se afirmar que na subida o movimento é retardado visto que a e v tem sinais opostos e na descida o movimento é acelerado, a e v tem os mesmos sinais (SERWAY; JEWETT JUNIOR, 2014). Valem também todas as equações relativas ao MRUV pois trata-se de um movimento com aceleração constante. Segue na figura 30 um possivel mapa conceitual para o movimento de queda livre :

Figura 30- Mapa conceitual sobre queda livre.

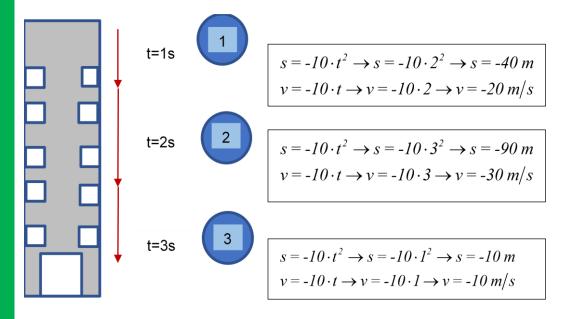


Fonte própria.

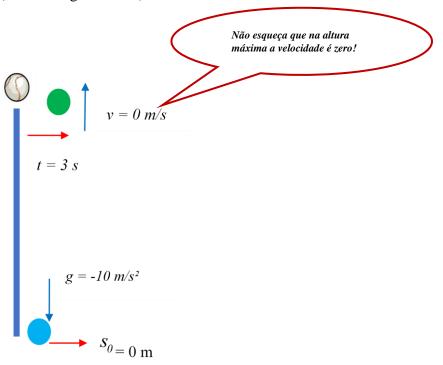
FISICA (aula 08)

Exemplo 1- Uma bola de golfe é solta do repouso do alto de um prédio muito alto. Calcule a posição e a velocidade da bola após 1 s, 2 s e 3 s. (considere g = 10 m/s²).

Resolução: $S_0 = 0$, $V_0 = 0$ e $g = -10 \text{ m/s}^2$



Exemplo 2 – Uma bola de beisebol é atingida pelo bastão de forma a moverse verticalmente para cima. Um fã observa que a bola demora 3 s para atingir sua altura máxima. Encontre a velocidade inicial da bola e a altura que ela alcança. (considere $g=10 \text{m/s}^2$).



Velocidade inicial

$$v=v_0^++a\cdot t \rightarrow 0=v_0^--10\cdot 3 \rightarrow 0=v_0^--30 \rightarrow v_0^-=30 \,\text{m/s}$$

Altura máxima

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s$$

$$0^2 = 30^2 + 2 \cdot (-10) \cdot \Delta s \rightarrow 0 = 900 - 20 \cdot \Delta s \rightarrow 20 \cdot \Delta s = 900$$

$$20 \cdot \Delta s = 900 \rightarrow \Delta s = \frac{900}{20} \rightarrow \Delta s = 45 \text{ m}$$

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO



POLO DE JI-PARANÁ

CURSO DE NIVELAMENTO EM MECÂNICA E MATEMÁTICA BÁSICA

4ª lista de exercício.

(Movimento vertical no vácuo)

- 1- Um móvel é atirado verticalmente para cima, a partir do solo, com velocidade inicial de 50 m/s. Despreze a resistência do ar e adote $g = 10 m/s^2$. Determine:
 - a) As funções horarias do movimento;
 - b) O tempo de subida, isto é, o tempo para atingir a altura máxima;
 - c) A altura máxima;
 - d) Em t = 6 s, contados a partir do instante de lançamento, o espaço do móvel e o sentido do movimento;
 - e) O instante e a velocidade escalar quando o móvel atinge o solo.
- 2- Abandona-se uma pedra do alto de um edifício e esta atinge o solo 4 s depois. Adote $g = 10 \, m/s^2$ e despreze a resistência do ar. Determine:
 - a) A altura do edifício;
 - b) O módulo da velocidade da pedra quando atinge o solo.
- 3- Dois móveis A e B são lançados verticalmente para cima, com a mesma velocidade inicial de 15 *m/s*, do mesmo ponto. O Móvel A é lançado no instante *t* = 0 *s* e o móvel B é lançado 2 *s* depois. Determine, a contar do ponto de lançamento, a posição e o instante do encontro dos móveis. Adote *g* = 10 *m/s*² e despreze a resistência do ar.
- 4- Uma pedra A é lançada verticalmente para cima a partir do solo, com velocidade de 40 *m*/s. Simultaneamente, na mesma vertical, outra pedra B é abandonada a partir do alto de um edifício com 80 m de altura. Desprezando a resistência do ar e adotando *g* = 10 *m*/*s*² para a aceleração da gravidade, determine:
 - a) O instante em que as pedras colidem;
 - b) A altura, relativamente ao solo, em que ocorre a colisão.
- 5- Do topo de um edifício, a 20 m do solo, atira-se um corpo verticalmente para cima com velocidade inicial de 10 m/s. Desprezando a resistência do ar e adotando $g = 10 m/s^2$, determine:
 - a) O tempo de subida do corpo;
 - b) O Tempo de chegada ao solo;
 - c) A altura máxima.

- 6- De um andar de um edifício em construção caiu um tijolo, a partir do repouso, que atingiu o solo 2 s depois (dado $g = 10 \text{ m/s}^2$). Desprezando a resistência do ar, calcule:
 - a) A altura do andar de onde caiu o tijolo;
 - b) A velocidade escalar do tijolo quando atingiu o solo.
- 7- Calcule a relação entre as alturas atingidas por dois corpos lançados verticalmente com velocidades iniciais iguais, um na terra, outro na lua. Sabe -se que a aceleração da gravidade na terra é 6 vezes maior do que na lua. Desprezam-se as resistências opostas aos movimentos.
- 8- Dois corpos são lançados verticalmente para cima do mesmo ponto e com velocidades iniciais iguais a 30 m/s. O segundo corpo é lançado 3 s depois do primeiro. Desprezando a resistência do ar e adotando $g = 10 \ m/s^2$, determine:
 - a) O Instante e a posição do encontro;
 - b) As velocidades dos corpos no instante do encontro.
- 9- Um corpo é abandonado de uma altura de 45 m. Considere $g = 10 \, m/s^2$, despreze a resistência do ar e determine o intervalo de tempo para percorrer os últimos 25 m.
- 10- Um móvel é abandonado em queda livre percorrendo, a partir do repouso, uma distância d durante o primeiro segundo de movimento. Durante o terceiro segundo de movimentos esse móvel percorre uma distância:

a) $\sqrt{3} d$ b) $3 d$	c) 5 d	d) 7 d	e) 9 d
--------------------------	--------	--------	--------

FORÇA E LEIS DE NEWTON

Força

Das experiências do dia a dia é possível ter uma compreensão básica do conceito de força. Quando um corpo é puxado ou empurrado, uma força está sendo exercida sobre ele, da mesma forma quando uma bola é chutada ou uma mola puxada. No cotidiano a palavra força está associada ao resultado da atividade muscular e alguma mudança no estado de movimento de um corpo. Forças nem sempre geram movimento em um corpo. Por exemplo, quando uma pessoa está sentada em uma cadeira na sua sala de estar, a força gravitacional age sobre o corpo dela, apesar disso ela permanece estacionada. Esta mesma pessoa pode empurrar um grande bloco de pedra e ainda assim não consegue movê-lo (SERWAY; JEWETT JUNIOR, 2014).

Figura 31- Uma força sendo aplicada a um carro.



Fonte: (ZETWE, 2018).

Pode-se restringir o conceito de força, às que causam uma mudança no movimento de um corpo. Uma mola sendo puxada irá alongar-se. Se ela está calibrada, a distância alongada pode ser utilizada para medir a intensidade da força, que ocasionou esta deformação.

As forças podem ser divididas em duas categorias, sendo forças de contato e forças de campo. Na primeira é preciso que haja um contato físico entre os corpos (no caso da mola), enquanto que na segunda não há contato físico entre os corpos, e um exemplo a força gravitacional que mantém a lua na órbita da terra. É essa força gravitacional que mantém os corpos ligados a terra, dando origem à força peso (SERWAY; JEWETT JUNIOR, 2014).

1^a lei de Newton

Aristóteles acreditava que cada objeto possuía uma natureza própria, que era a combinação dos elementos (terra, ar, água e fogo) do qual ele era composto. Cada objeto tem o seu lugar apropriado no universo determinado por sua "natureza", dessa forma um tijolo cai por que é feito essencialmente de terra, um sinal de fumaça sobe por que é ar e uma pena apesar de ser uma composição de ar e terra, cai, pois, apresenta mais terra que ar embora sua queda seja mais lenta do que aquela apresentada pelo tijolo. Sendo assim era claro que os corpos caiam com rapidez proporcional a seus pesos, quanto mais pesados mais rápido caiam. Para os movimentos celestes sua explicação é que os astros eram esferas perfeitas feitas de substâncias também perfeitas e imutáveis e que obedeciam a leis próprias. Além da natureza do objeto Aristóteles também afirmava que o movimento podia acontecer devido a uma força externa através de puxões ou empurrões, mas em essência sua teoria defendia que o repouso era o estado normal das coisas exceção claro aos corpos celestes (HEWITT, 2015).

Figura 32- Aristóteles.



Fonte: (CABRAL, 2018).

A concepção aristotélica de uma terra estática persistiu por quase 2000 mil anos quando Nicolau Copérnico com sua teoria heliocentrista demonstra que o sol é o centro do sistema solar e a terra gira em sua órbita e não o contrário. Mas as concepções falsas de Aristóteles só vieram abaixo com Galileu que demonstrou experimentalmente que a rapidez com que um objeto cai independe de sua massa. Se para Aristóteles o movimento só era possível através de puxões ou empurrões, Galileu negava afirmando que se não houvesse interferência sobre um objeto móvel, este deveria mover-se em linha reta para sempre; nenhum empurrão, puxão ou qualquer tipo de força era necessária para isso. A diferença fundamental entre esses dois pensadores é que o primeiro não imaginava um meio que não fosse resistivo e o segundo supunha até a existência de um vácuo perfeito.

Galileu através de seus experimentos e observações refutou a ideia de que o estado normal de um objeto é o repouso. Para isso foi fundamental imaginar um meio onde não houvesse a resistência alguma, de onde então se podia concluir que um objeto poderia continuar em movimento eterno caso não houvesse nenhuma força agindo sobre ele e a esta propriedade ele chamou de inércia.

Figura 33- Galileu Galilei.



Fonte: (Almeida, 2016).

Alguns meses após a morte de Galileu nasce em 1642, Isaac Newton e quando este chega aos 23 anos ele desenvolve suas famosas três leis do movimento suplantando toda teoria aristotélica que ainda pudesse existir. A primeira lei de Newton, convenientemente chamada de lei da inércia não é outra coisa senão o princípio da inércia descrito por Galileu só que dito de maneira mais refinada (HEWITT, 2015).

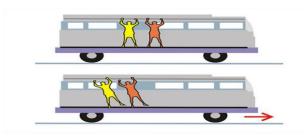
Figura 34- Isaac Newton.



Fonte: (WILSON, 2017).

A lei da inércia é a resistência que os corpos oferecem a qualquer alteração em sua velocidade e originalmente assim foi descrito: Todo objeto permanece em seu estado de repouso ou de rapidez uniforme em uma linha reta a menos que uma força resultante não nula seja exercida sobre ele. Numa situação clássica dos passageiros que viaja em pé em um ônibus quando este se movimenta de um ponto a outro da cidade a uma determinada velocidade. No início do movimento, quando o ônibus inicia o movimento de repente, os passageiros são arremessados para trás devido ao princípio definido pela lei da inércia, ou seja, eles estavam em repouso e a tendência era permanecerem em repouso. A figura 35 ilustra esta situação.

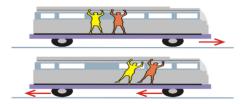
Figura 35- Quando o ônibus acelera os passageiros são lançados para trás.



Fonte: FERRARO, 2012.

Entretanto, se os passageiros estiverem no ônibus em movimento, os mesmos serão arremessados para frente assim que o ônibus parar de repente, pois estavam em movimento e a tendência era permanecer em movimento.

Figura 36-Quando o ônibus freia, os passageiros sãos lançado para frente.

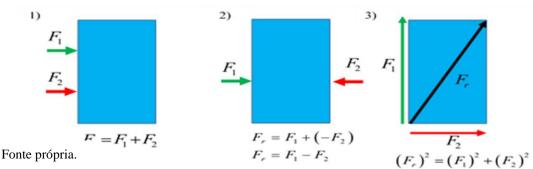


Fonte: FERRARO, 2012.

2ª lei de Newton

Quaisquer variações que possam ocorrer no movimento será consequência direta da ação de uma força ou da combinação de várias forças. De modo mais simplório uma força é um puxão ou empurrão e sua origem pode ser gravitacional, elétrica, magnética ou um esforço muscular. Quando mais de uma força age sobre um corpo, levar-se-á em conta a força resultante (HEWITT, 2015). A figura 37 mostra como as forças se combinam para produzir uma força resultante. Quando as forças atuam no mesmo sentido elas se somam e quando elas atuam em sentido contrários elas se subtraem para encontrar a força resultante. Em situações onde as forças atuam em várias direções usa-se a lei dos cossenos.

Figura 37- Forças resultantes.



As forças são sempre representadas por setas, uma vez que elas representam um vetor, e estes possuem uma direção, um sentido, e um módulo. Grandezas que necessitam de um módulo, uma direção e um sentido são chamadas de grandezas vetoriais, aquelas que necessitam apenas de seu modulo é chamada de grandezas escalares.

Newton foi o primeiro a descobrir a relação entre os conceitos físicos básicos – aceleração, força e massa. E sua segunda lei é a descrição desta importante relação: A aceleração de um objeto é diretamente proporcional à força resultante atuando sobre ele; tem o mesmo sentido que essa força e é inversamente proporcional à massa do objeto (HEWITT, 2015, pág. 63). Ou de forma mais simplificada, a força resultante que age sobre um objeto é igual ao produto da massa do objeto pela sua aceleração. A equação 2.21 é o modelo matemático da segunda lei de Newton (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2013).

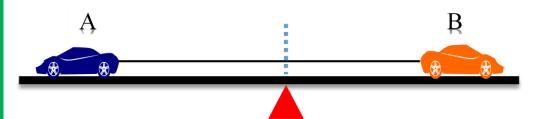
$$\vec{F}r = m \cdot \vec{a} \tag{2.21}$$

A unidade de força no SI é o newton (N) que pode ser definido a partir da equação 2.48, considerando as unidades de massa, comprimento e tempo do próprio SI. Imagine um bloco de massa 1 kg sendo sujeito a uma aceleração constante de 1 m/s², por definição a força que provocou essa aceleração corresponde a 1N.

3ª lei de Newton

Dois corpos interagem quando empurram ou puxam um ao outro, ou seja, quando cada um exerce uma força sobre o outro. Nesse processo de interação há sempre um par de forças, uma de ação outra de reação. Este par ação e reação podem ser facilmente visualizados no tradicional jogo de cabo de guerra aqui modernamente representado por dois carros onde cada carro puxa um cabo para o lado que lhe garanta a vitória. Na figura 38 o carro A puxa o cabo para a esquerda (ação ou reação) e o carro B puxa para a direita (reação ou ação).

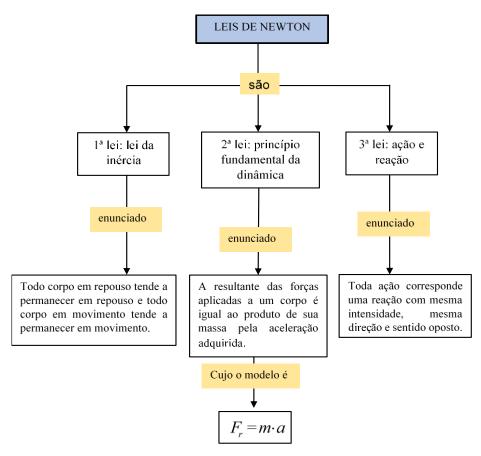
Figura 38- Par ação e reação.



A terceira lei de Newton estabelece que (HEWITT, Pág. 76, 2015): Sempre que um objeto exerce uma força sobre outro objeto, este exerce uma força igual e oposta sobre o primeiro. No caso do cabo de guerra, chamando a força efetuada pela equipe A de F_A e de F_B a força efetuada pela equipe B, pode-se representar essa lei como a relação escalar $F_A = F_B$ (com módulos iguais) ou pensando de forma vetorial $\vec{F}_A = -\vec{F}_B$ (módulos iguais e os sentidos são diferentes).

Um possível mapa conceitual para as leis de Newton, na figura 39:

Figura 39- As leis de Newton.



Fonte própria.

Exemplo 1-Marcela, dirigindo a sua moto a 90 km/h, aciona o freio e percorre 50 m até parar. Sabendo que a massa do conjunto (Marcela + moto) é 120 kg, determine: (a) a aceleração do conjunto; (b) a força resultante que para a moto.

$$v_{0} = 90 \frac{km}{h} \rightarrow v_{0} = 90 \frac{km}{h} \cdot \frac{1000m}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = \frac{900m}{36s} \rightarrow v_{0} = 25 \text{ m/s}$$

$$v_{0} = 25 \text{ m/s}$$

$$\vec{F}_{R}$$

$$V = 0$$

$$\vec{a}$$

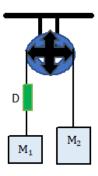
$$\Delta s = 50 \text{ m}$$

$$(a)v_2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s \rightarrow 0^2 = 25^2 + 2 \cdot a \cdot 50 \rightarrow 100 \cdot a = -625 \rightarrow a = -6.25 \,\text{m/s}^2$$

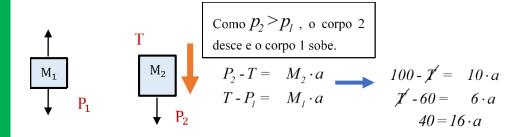
(b)
$$Fr = m \cdot a \rightarrow Fr = 120 \cdot (-6,25) \rightarrow Fr = -750 \text{ N}$$

A força resultante e a aceleração apresentam a mesma direção e o mesmo sentido, de acordo com a 2ª lei de Newton. O sinal negativo que as antecede indica que ambas têm sentido contrário ao movimento.

Exemplo 2 –Na figura o corpo M_1 tem massa 6 kg, o corpo M_2 tem massa 10 kg, a polia sem atrito tem massa desprezível. Calcule a indicação do dinamômetro D quando o sistema entrar em movimento. (adote $g = 10 \text{ m/s}^2$).



$$p_1 = m \cdot g = 6 \cdot 10 = 60 \text{ N}$$
; $p_2 = m \cdot g = 10 \cdot 10 = 100 \text{ N}$



$$40 = 16 \cdot a \rightarrow a = 2.5 \, \text{m/s}^2$$

$$T - 60 = 6 \cdot 2, 5 \rightarrow T = 60 + 15 \rightarrow T = 75 N$$

O dinamômetro D indica a intensidade da tração \vec{T} , então D = \vec{T} .

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO



POLO DE JI-PARANÁ

CURSO DE NIVELAMENTO EM MECÂNICA E MATEMÁTICA BÁSICA

5^a lista de exercício.

(As leis de Newton)

- 1- Um ponto material de massa igual a 2 kg parte do repouso sob a ação de uma força constante de intensidade 6 N, que atua durante 10 s, após os quais deixa de existir. Determine:
 - a) A aceleração nos 10 s iniciais;
 - b) A velocidade ao fim de 10 s
- 2- Uma partícula de massa 0,50 kg realiza um movimento retilíneo uniformemente variado. Num percurso de 4,0 m sua velocidade varia de 3,0 m/s a 5,0 m/s. Qual é o módulo da força resultante que age sobre a partícula?
- 3- Determine a aceleração de um bloco de massa 2 kg e que desliza, num plano horizontal sem atrito, nas situações indicadas abaixo:
 - a) Uma força de 10 N atuando para a b) uma força de 10 N atuando para a direita e outra de 4 direita do bloco. N para a esquerda.
- 4- Submete-se um corpo de massa igual a 5000 kg à ação de uma força constante que, a partir do repouso, lhe imprime a velocidade de 72 km/h, ao fim de 40 s. Determine:
 - a) A intensidade da força;
 - b) O espaço percorrido.
- 5- Qual é o valor, em newtons, da força média necessária para fazer parar, num percurso de 20 m, um automóvel de 1,5. 10³ kg a uma velocidade de 72 km/h.
- 6- Um astronauta, utilizando um dinamômetro, determina o peso de um corpo na Terra e na Lua, encontrando os valores 4,9 N e 0,80 N, respectivamente. Sendo a aceleração da gravidade na superfície da Terra 9,8 m/s², determine:
 - a) A massa do corpo;
 - b) A aceleração da gravidade na superfície da lua.
- 7- Dois blocos A e B, de massas respectivamente iguais a 2 Kg e 3 Kg, estão apoiados numa superfície horizontal perfeitamente lisa. Uma força horizontal \vec{F} , de intensidade constante F = 10 N, é aplicada no bloco A. Determine:
 - a) A aceleração adquirida pelo conjunto;

- b) A intensidade da força que A aplica em B.
- 8- Três corpos A, B e C de massas $m_A = 1$ Kg, $m_B = 3$ Kg e $m_C = 6$ Kg estão apoiados numa superfície horizontal perfeitamente lisa. A força horizontal \vec{F} , de intensidade constante F = 5N, é aplicada ao primeiro bloco A. Determine:
 - a) A aceleração adquirida pelo conjunto;
 - b) A intensidade da força que A exerce em B;
 - c) A intensidade da força que B exerce em C.
- 9- Dois corpos A e B de massas iguais a m_A = 2 Kg e m_B = 4 Kg estão apoiados numa superfície horizontal perfeitamente lisa. O fio que liga A e B é ideia, isto é, de massa desprezível e inextensível. A força horizontal \vec{F} tem intensidade igual a 12 N, constante. Determine:
 - a) A aceleração do sistema;
 - b) A intensidade da força de tração do fio;



10-Os corpos A e B da figura têm massas respectivamente iguais a $m_A = 6$ Kg e $m_B = 2$ Kg. O plano de apoio é perfeitamente liso e o fio é inextensível e de peso desprezível. Não há atrito entre o fio e a polia, considerada sem inércia. Adote g=10 m/s². determine a aceleração do conjunto e a tração do fio.



ALMEIDA, Giovane. **7 curiosidades sobre Galileu Galilei.** 2016. Disponível em: https://ciencianautas.com/7-curiosidades-sobre-galileu-galilei/. Acesso em: 08 set. 2018.

BBC (Org.). **Por que em 2019 1 kg já não pesará 1 kg.** Disponível em: https://www.bbc.com/portuguese/geral-41789539>. Acesso em: 25 abr. 2018

CABRAL, João Francisco Pereira. "**Aristóteles e a educação"**; *Brasil Escola*. Disponível em https://brasilescola.uol.com.br/filosofia/aristoteles-educacao.htm. Acesso em 04 de setembro de 2018.

DIEGO NETO,. **Aula 3 - Lançamentos.** 2018. Disponível em: http://noic.com.br/materiais-fisica/curso/teorico/aula-3-fisica/>. Acesso em: 25 ago. 2018.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J.. Fundamentos de Física: Mecânica - Vol. 1. 10. ed. Rio de Janeiro: Ltc, 2016. 372 p.

HEWITT, Paul G.. Física Conceitual. 12. ed. Porto Alegre: Bookman, 2015. 781 p.

JEWETT JUNIOR, John W.; SERWAY, Raymond A. **Física Para Cientistas e Engenheiros Vol. 1: Mecânica – Tradução da 8ª edição norte-americana.** São Paulo: Cengage Learning, 2012. 488 p.

MOREIRA, Marco Antonio. **Mapas Conceituais e Aprendizagem Significativa.** 2012. Disponível em: https://www.if.ufrgs.br/~moreira/mapasport.pdf>. Acesso em: 03 jun. 2018.

MOREIRA, Marco Antonio. **O Que é Afinal Aprendizagem Significativa?.** 2010. Disponível em: http://www.if.ufrgs.br/~moreira/oqueeafinal.pdf>. Acesso em: 10 jul. 2018.

PAULA, Camila (Org.). **Comece bem o ano aprendendo Movimento Uniforme!** 2016. Disponível em: https://descomplica.com.br/blog/fisica/resumo-movimento-uniforme/. Acesso em: 25 jul. 2018.

WILSON, A.N.. One of the most sensational scoops of recent times: Priest of Nature reviewed. 2017. Disponível em: https://www.spectator.co.uk/2017/09/isaac-newton-was-a-fierce-critic-of-the-trinitarian-corruption-of-christianity-priest-of-nature-reviewed/. Acesso em: 09 out. 2018.

ZETWE. **Depositphotos.** 2014. Disponível em: https://pt.depositphotos.com/51441797/stock-illustration-pushing-a-car.html. Acesso eet. 2018